MATEMÁTICA

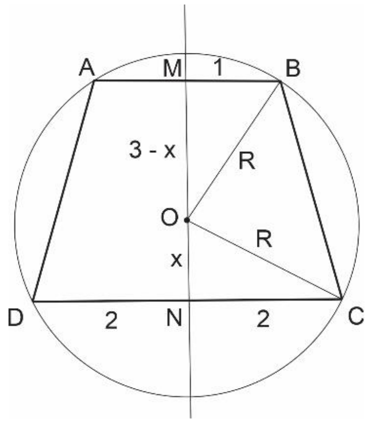
DATA DE APLICAÇÃO 08/12/2020

MATEMÁTICA

Questão 01. Determine o raio da circunferência circunscrita a um trapézio isósceles cujas base e altura tem comprimentos 4, 2 e 3, respectivamente.

SOLUÇÃO

De acordo com o enunciado temos a figura a seguir



I) Considere o trapézio dado como ABCD e a circunferência circunscrita a ele de centro O e raio de medida R.

II) Traçando a mediatriz MN das bases do trapézio obtemos dois triângulos retângulos OMB e ONC. Assim, aplicando o teorema de Pitágoras e desenvolvendo o sistema

$$\begin{cases} R^2 = 1^2 + (3-x)^2 \\ R^2 = x^2 + 2^2 \end{cases}$$

De onde temos

$1 + 9 - 6x + x^2 = x^2 + 4 \therefore x = 1$ cm

E assim, obtemos

$$R^2 = x^2 + 2^2 \therefore R^2 = 1^2 + 2^2 \therefore R = \sqrt{5} \text{ cm}$$

Questão 02. Determine todos os valores do número real a para os quais a matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & a^3 & -a & 3 & 2 \\ 2 & a^2 & 1 & a^3 & a \\ 0 & 0 & 0 & a & -a^2 \\ -a & 0 & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

é não singular

SOLUÇÃO

Seja D o determinante da matriz. Devemos calcular o determinante da matriz e depois verificar para que valores de a a matriz se anula.

No determinante da matriz coloque a^2 em evidência na coluna 2 e a em evidência na linha 3 e obtenha

$$D = a^3 \begin{vmatrix} 1 & a & -a & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & a^3 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Use o teorema de Jacob somando a terceira coluna na segunda coluna e obtenha.

$$D = a^3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -a & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & a^3 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Coloque 2 em evidência na segunda coluna e obtenha

$$D = 2a^3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -a & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & a^3 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Use o teorema de Laplace na segunda coluna e obtenha

$$D = 2a^3 \begin{vmatrix} 1 & -a & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Coloque a em evidência na segunda coluna e obtenha

$$D = 2a^4 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Use o teorema de Jacob somando a segunda coluna na primeira coluna e obtenha

$$D = 2a^4 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 0 & 3 \\ a^2 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Coloque a em evidência na primeira coluna e obtenha

$$D = 2a^5 \begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ a & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Use o teorema de Laplace na segunda coluna e obtenha

$$D = 2a^5 \begin{vmatrix} 0 & 1 & -a \\ -1 & 0 & 3 \\ a & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

Veja que o último determinante é nulo pois trata-se de uma matriz antissimétrica de ordem ímpar. Assim, temos que

$$D = 0,\ \forall a \in \mathbb{R}$$

Portanto não existe valores de a que tornam a matriz não singular. O determinante da matriz será nulo para qualquer valor de a.

Questão 03. O primeiro termo de uma progressão geométrica de números reais é 1 e a soma de seus primeiros 79 termos é igual ao produto de seus primeiros 13 termos. Determine:
A) A soma dos 40 primeiros termos;
B) O produto dos 7 primeiros termos.

SOLUÇÃO

De acordo com o enunciado temos que

$$\frac{a_1\left(q^{79}-1\right)}{q-1}=a_1a_2a_3\ldots a_{13}\ \therefore\ \frac{a_1\left(q^{79}-1\right)}{q-1}=\left(a_1\right)^{13}q^{1+2+3+\ldots+12}\ \therefore\ \frac{1\cdot\left(q^{79}-1\right)}{q-1}=1^{13}q^{1+2+3+\ldots+12}\ \therefore\ \frac{q^{79}-1}{q-1}=q^{78}\ \therefore$$

$$q^{79}-1=q^{78}\left(q-1\right)\therefore\ q^{78}=1\therefore\ q=\pm 1$$

Temos duas possibilidades

Se q = 1, a sequência é constante com todos os termos iguais a 1.
De onde temos

S_{40} = 1 + 1 + 1 + ... + 1 = 40 e P_7 = 1 x 1 x 1 x ... x 1 = 1

Observe que neste caso a condição do enunciado não é satisfeita, pois a soma dos 79 primeiros seria diferentes do produto dos 13 primeiros.

Se q = – 1, a sequência é alternante com termos pertencendo ao conjunto { – 1, 1}.
De onde temos

S_{40} = 1 – 1 + 1 – ... – 1 = 0 e P_7 = 1 x (–1) x 1 x (–1) x 1 x (–1) x 1 = – 1

Questão 04. Determine todos os pontos (x, y) que pertencem à circunferência (5, 0) e raio 5, que satisfazem a equação:

$$\sqrt{3x-y-4}=\sqrt{x^2-7x-5y-4}$$

SOLUÇÃO

A equação da circunferência é dada por
$(x-5)^2+(y-0)^2=5^2 \therefore x^2-10x+25+y^2=25 \therefore x^2-10x+y^2=0$ (I)

A equação dada pode ser escrita como
$3x-y-4=x^2-7x-5y-4=0 \therefore x^2-10x-4y=0$ (II)
Substituindo em (I) temos:
$x^2-10x+y^2=0 \therefore y^2+4y=0 \therefore y=0$ ou $y=-4$.

Se $y = 0$, temos $x = 0$ ou $x = 10$. Obtendo-se os pontos A(0, 0) e B(10, 0). De onde podemos observar que (0, 0) não satisfaz a condição inicial.

Se $y = -4$, temos $x = 2$ ou $x = 8$. Obtendo-se os pontos C(2, - 4) e D(8, -4).

Assim, o conjunto de todos os pontos que satisfazem ao enunciado é dado por
B(10, 0), C(2, – 4) e D(8, – 4)

Questão 05. Determine as raízes comuns aos polinômios

$$p(x) = x^5 + x^4 - 8x^2 - 9x + 15 \text{ e } q(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 4x - 10$$

SOLUÇÃO 01.

Veja que x = 1 é raiz do polinômio $p(x) = x^5 + x^4 - 8x^2 - 9x + 15$, mas não é raiz do polinômio

$$q(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 4x - 10.$$

Portanto podemos escrever

$$p(x) = (x - 1)(x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 6x - 15)$$

De onde concluímos que as raízes comuns devem ser comuns aos polinômios

$$m(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 6x - 15 \text{ e } q(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 4x - 10$$

que podem ser escritos na forma

$$3\,m(x) = 3x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 18x - 45 \text{ e } q(x) = 3x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 4x - 10$$

Seja r a raiz comum aos polinômio. Assim, temos que:

$$3r^4 + 6r^3 + 6r^2 - 18r - 45 = 0 \text{ e } 3r^4 + 6r^3 + 13r^2 - 4r - 10 = 0$$

De onde encontramos $r = -1 \pm 2i$.

Agora basta verificar se realmente os números são raízes dos polinômios originais.

SOLUÇÃO 02

Usando o DISPOSITIVO DE HORNER, temos

I) Devemos verificar o resto da divisão de p(x) por q(x). Para facilitar a aplicação do dispositivo façamos a divisão de 3 p(x) por q(x), obtendo-se resto

$$-7(x^3 + x^2 + 3x - 5).$$

II) Em seguida devemos determinar o resto da divisão de q(x) por $r(x) = x^3 + x^2 + 3x - 5$. Para facilitar a aplicação do dispositivo façamos a divisão de q(x) por 3 r(x), obtendo-se resto

$$s(x) = x^2 + 2x + 5$$

Agora veja que r(x) é divisível por s(x), de onde podemos concluir que

$$MDC(p(x), q(x)) = x^2 + 2x + 5$$

E portanto, as raízes comuns são $1 \pm 2i$.

Questão 06. Considere $z = a\left(\sqrt{3}+i\right) \in \mathbb{C}$, onde $a \in \mathbb{R}$. Determine todos os números reais a para os quais z^7 e z^{13} estão a mesma distância de z no plano complexo.

SOLUÇÃO

De acordo com o enunciado devemos ter:

$$\left|z^{13}-z\right| = \left|z^7 - z\right| \therefore \left|z\left(z^6-1\right)\left(z^6+1\right)\right| = \left|z\left(z^6-1\right)\right| \therefore \left|z\left(z^6-1\right)\left(z^6+1\right)\right| - \left|z\left(z^6-1\right)\right| = 0 \therefore$$

$$|z|\left|z^6-1\right|\left(\left|z^6+1\right|-1\right)=0$$

Será importante determinarmos o valor de z^6. Veja que

$$z^6 = a^6\left(\sqrt{3}+i\right)^6 \therefore z^6 = a^6\cdot 2^6\left(\cos\frac{6\cdot\pi}{6}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{6\cdot\pi}{6}\right) \therefore z^6 = a^6\cdot 2^6(-1) \therefore z^6 = -64a^6$$

Agora basta analisarmos três possibilidades.

I) Se $|z|=0$, então $z=0$ e $a=0$.

II) Se $\left|z^6-1\right|=0$, então $z^6-1=0 \therefore z^6=1$

De onde obtemos

$$a^6\left(\sqrt{3}+i\right)^6 = 1 \therefore a^6\cdot 2^6\left(\cos\frac{6\cdot\pi}{6}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{6\cdot\pi}{6}\right)=1 \therefore a^6\cdot 2^6(-1)=1$$

Como a é real a igualdade acima é impossível de acontecer.

III) Se $\left|z^6+1\right|=1$, então

$$\left|a^6\left(\sqrt{3}+i\right)^6+1\right|=1 \therefore \left|a^6\cdot 2^6\left(\cos\frac{6\cdot\pi}{6}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{6\cdot\pi}{6}\right)+1\right|=1 \therefore \left|a^6\cdot 2^6(-1)+1\right|=1 \therefore$$

$\left|1-64a^6\right|=1 \therefore a=0$ ou $a=\pm 2^{-5/6}$

Questão 07. Um relógio digital mostra o horário no formato H : M : S, onde H é um número inteiro entre 1 e 12 representado as horas, M é um inteiro representando os minutos e S é um inteiro representando os segundos, ambos entre 0 e 59. Quantas vezes em um dia (H, M, S) são, nessa ordem, os três primeiros termos de uma progressão aritmética de razão estritamente positiva?

SOLUÇÃO

Observe que H < M < S, pois a razão é positiva.

Seja r a razão da PA. Assim, temos que

$$a_3 = a_1 + 2r$$

E assim podemos afirmar que

$$S = H + 2r \text{ , com } S \leq 59$$

Veja que existem poucos valores de H, e assim, podemos buscar as soluções atribuindo valores para H.
Assim, temos que:

Se H = 1, $r \leq 29$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 29\}$

Se H = 2, $r \leq 28,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 28\}$

Se H = 3, $r \leq 28$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 28\}$

Se H = 4, $r \leq 27,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 27\}$

Se H = 5, $r \leq 27$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 27\}$

Se H = 6, $r \leq 26,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 26\}$

Se H = 7, $r \leq 26$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 26\}$

Se H = 8, $r \leq 25,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 25\}$

Se H = 9, $r \leq 25$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 25\}$

Se H = 10, $r \leq 24,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 24\}$

Se H = 11, $r \leq 24$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 24\}$

Se H = 12, $r \leq 23,5$, portanto $r \in \{1, 2, 3, ..., 23\}$

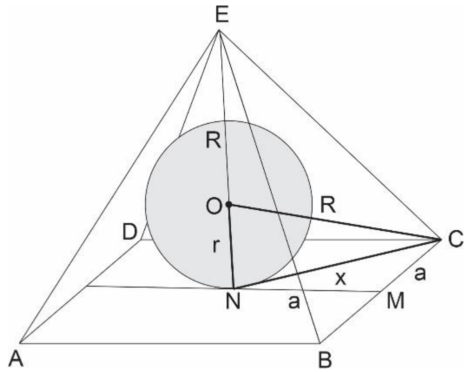
Portanto o total de sequências com (H, M, S) formando uma PA é igual a 624, pois para cada valor de r temos uma sequência.

Questão 08. Seja P uma pirâmide regular com base quadrada. Suponha que os centros das esferas inscritas e circunscrita a P coincidam. Determine a razão entre as áreas das esferas circunscrita e inscrita a P.

SOLUÇÃO

De acordo com o enunciado temos as figuras a seguir

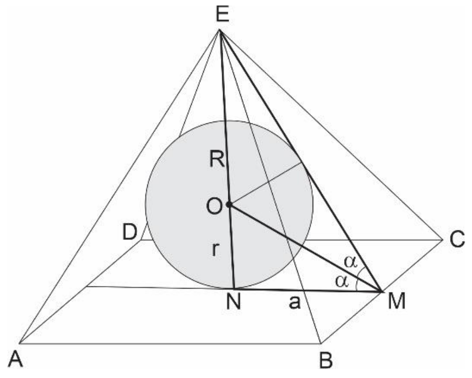
Figura 01.



Observe que

$$x^2 + r^2 = R^2 \therefore\ 2a^2 + r^2 = R^2 \therefore\ 2a^2 = R^2 - r^2$$

Figura 02.



Veja que

$$tg(2\alpha)=\frac{R+r}{a}\therefore\ a\cdot tg(2\alpha)=R+r\therefore\ a\cdot\frac{2tg(\alpha)}{1-tg^2(\alpha)}=R+r\therefore\ a\cdot 2tg(\alpha)=(R+r)\left(1-tg^2(\alpha)\right)\therefore$$

$$a\cdot 2\cdot\frac{r}{a}=(R+r)\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)\therefore\ 2a^2r=(R+r)\left(a^2-r^2\right)\therefore\ 4a^2r=(R+r)\left(2a^2-2r^2\right)\therefore$$

$$2\left(R^2-r^2\right)r=(R+r)\left(R^2-r^2-2r^2\right)\therefore\ 2r\left(R^2-r^2\right)=(R+r)\left(R^2-3r^2\right)\therefore$$

$$R^3-rR^2-3r^2R-r^3=0$$

Faça $y=\frac{R}{r}$ e obtenha a equação $y^3-y^2-3y-1=0$ que tem raízes reais: - 1, $1+\sqrt{2}$ e $1-\sqrt{2}$. Portanto

$$\frac{R}{r}=1+\sqrt{2}.$$

Razão entre as áreas das esferas

$$\frac{4\pi R^2}{4\pi r^2}=\left(\frac{R}{r}\right)^2\therefore\ \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2}=\left(1+\sqrt{2}\right)^2\therefore\ \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2}=3+2\sqrt{2}$$

Questão 09. Sejam α, β, $\theta \in \mathbb{R}$ tais que $\alpha+\beta+\theta=-3\pi$, sendo

$$\operatorname{sen}(\alpha)+\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\theta)=\frac{1}{2} \text{ e } \cos(\alpha)+\cos(\beta)+\cos(\theta)=-\frac{1}{2}$$

Determine o valor de $\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\theta)$.

SOLUÇÃO 01 (TRIGONOMETRIA)

Seja M = $\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\theta)$. Assim, temos que

I) $\operatorname{sen}(\alpha)+\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\theta)=\frac{1}{2} \therefore$

$$\operatorname{sen}^2(\alpha)+\operatorname{sen}^2(\beta)+\operatorname{sen}^2(\theta)+2\big(\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\theta)+\operatorname{sen}(\beta)\operatorname{sen}(\theta)\big)=\frac{1}{4} \therefore$$

$$1-\cos^2(\alpha)+1-\cos^2(\beta)+1-\cos^2(\theta)+2\big(\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\theta)+\operatorname{sen}(\beta)\operatorname{sen}(\theta)\big)=\frac{1}{4} \therefore$$

$$3-M+2\big(\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\theta)+\operatorname{sen}(\beta)\operatorname{sen}(\theta)\big)=\frac{1}{4} \therefore$$

II) $\cos(\alpha)+\cos(\beta)+\cos(\theta)=-\frac{1}{2} \therefore$

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\theta)+2\big(\cos(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\cos(\theta)+\cos(\beta)\cos(\theta)\big)=\frac{1}{4} \therefore$$

$$M+2\big(\cos(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\cos(\theta)+\cos(\beta)\cos(\theta)\big)=\frac{1}{4} \therefore$$

Subtraindo as equações temos:

$$M-(3-M)+2\big(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\theta)+\cos(\beta+\theta)\big)=0 \therefore$$
$$M-(3-M)+2\big(-\cos(\theta)-\cos(\beta)-\cos(\alpha)\big)=0 \therefore$$
$$M-(3-M)+1=0 \therefore$$
$$M=1$$

SOLUÇÃO 02 (NÚMEROS COMPLEXOS)

Considere os números complexos

$$z_1=\cos(\alpha)+i\cdot\operatorname{sen}(\alpha),\ z_2=\cos(\beta)+i\cdot\operatorname{sen}(\beta) \text{ e } z_3=\cos(\theta)+i\cdot\operatorname{sen}(\theta)$$

Veja que

$$z_1+z_2+z_2=-\frac{1}{2}\cdot(1-i) \therefore \quad z_1^2+z_2^2+z_3^2+2(z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3)=\frac{1}{4}\cdot(-2i)$$

Observe que a parte real de $z_1^2+z_2^2+z_3^2+2(z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3)$ deve ser nula. E assim, temos:

$$\cos(2\alpha)+\cos(2\beta)+\cos(2\theta)+2\big(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\theta)+\cos(\beta+\theta)\big)=0 \therefore$$
$$2\cos^2(\alpha)-1+2\cos^2(\beta)-1+2\cos^2(\theta)-1+2\big(-\cos(\theta)-\cos(\beta)-\cos(\alpha)\big)=0 \therefore$$
$$2\cos^2(\alpha)+2\cos^2(\beta)+2\cos^2(\theta)-3-2\big(\cos(\theta)+\cos(\beta)+\cos(\alpha)\big)=0 \therefore$$
$$2\cos^2(\alpha)+2\cos^2(\beta)+2\cos^2(\theta)-3+1=0 \therefore$$
$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\theta)=1$$

Questão 10. Uma moeda é lançada sucessivas vezes até que se tenha a ocorrência de 2 caras. Qual a probabilidade do número total de lançamentos ser par?

SOLUÇÃO

Para que o número total de lançamentos seja par, temos as seguintes possibilidades

I) CC
Neste caso a probabilidade é de $(1/2)^2$

II) CKK C
Neste caso a probabilidade é de $(1/2)^4$ $C_{3,1}$. A combinação $C_{3,2}$ representa todos os casos para a a ocorrência primeira cara.

III) CKKKK C
Neste caso a probabilidade é de $(1/2)^6$ $C_{5,1}$. A combinação $C_{5,1}$ representa todos os casos para a a ocorrência primeira cara.

De modo geral temos
CKKK...K C

Neste caso a probabilidade é de $(1/2)^{2n}$ $C_{2n-1,1}$. A combinação $C_{2n-1,1}$ representa todos os casos para a ocorrência da primeira cara.

O que pode ocorrer com probabilidade de

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}\cdot\binom{2n-1}{1}$$

Assim teremos uma soma de probabilidades definidas por

$$p_n=\left(\frac{1}{4}\right)^{n}\cdot(2n-1)$$

A resposta será dada por

$$\sum_{n=1}^{\infty}p_n=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^{n}\cdot(2n-1)\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}p_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{4^n}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}p_n=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}$$

Veja que

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}=\frac{1/4}{1-1/4}\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}=\frac{1}{3}\text{ e}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}=\frac{1}{4}+\frac{2}{4^2}+\frac{3}{4^3}+\frac{4}{4^4}+\ldots\text{ e }4\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}=1+\frac{2}{4^1}+\frac{3}{4^2}+\frac{4}{4^3}+\ldots$$

Subtraindo obtemos

$$\left(4\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}\right)-\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}\right)=1+\frac{1}{4^1}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots\therefore\ 3\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}=1+\frac{1}{4^1}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots\therefore\ 3\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}=\frac{4}{3}\therefore$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}=\frac{4}{9}$$

Portanto a resposta é 5/9

QUÍMICA

QUESTÃO 01

Assunto: Eletroquímica

RESOLUÇÃO:

a) A corrosão destes metais consiste na sua oxidação. Assim, a comparação entre os potenciais de redução fornecidos nos dá uma base para avaliar a tendência a corrosão. A ordem decrescente é:

Mg > Al > Cr > Fe > Pb > Cu > Ag > Au

b) A concentração de H^+ nesta solução de H_2SO_4 está entre 0,5 M (se considerarmos a 2ª ionização desprezível) e 1,0 M (se considerarmos os dois hidrogênios 100% ionizados). O potencial do H^+ fica situado entre -0,02 e 0 V de acordo com a equação de Nernst:

$$E = 0 - \frac{0{,}059}{2} log \frac{1}{[H^+]^2} = -0{,}059 log \frac{1}{0{,}5} = -0{,}059 \times 0{,}3$$

$$E \approx -0{,}02\ V$$

Assim, os metais da lista com Eº < 0 serão oxidados:

Mg, Al, Cr, Fe e Pb

c) A presença de O_2 irá mudar o agente oxidante. Assim, o potencial deve ser comparado com o do O_2. Pela equação de Nernst, verifica-se que o E deve se situar entre 1,21 e 1,23 V. Assim, os metais Cu e Ag são incluídos na oxidação: Mg, Al, Cr, Fe, Pb, Cu e Ag

d) A equação de Nernst para o H^+/H_2 pode ser usada para se determinar o E em pH 14:

$$E = 0 - \frac{0{,}059}{2} log \frac{1}{[H^+]^2} = -0{,}059 \times pH = -0{,}059 \times 14$$

$$E = -0{,}83\ V$$

Assim, sofrerão corrosão os metais com E < -0,83 V: Mg e Al

e) Já na presença de O_2, ocorre a mudança do agente oxidante e o pH agora é 13:

$$E = 1{,}23 - \frac{0{,}059}{4} log \frac{1}{[H^+]^4} = 1{,}23 - 0{,}059 pH$$

$$E = 1{,}23 - 0{,}059 \times 13 = 0{,}46\ V$$

Assim, os metais que sofrerão corrosão são:

Mg, Al, Cr, Fe, Pb e Cu

QUESTÃO 02

Assunto: Equilíbrio ácido-base

RESOLUÇÃO:

a) Pela simbologia usada no enunciado para a lei de Henry, o que se calcula é a concentração da espécie molecular no equilíbrio:

$$X(g) \rightleftharpoons X(aq)$$

Assim, vamos calcular a concentração aquosa de equilíbrio de cada gás ácido em cada região pela fórmula:

$$[X(aq)]_{eq} = K_H \cdot P(X)$$

Região R	$[CO_2]_{eq} = 2x10^{-5}$ mol/L
Região S	$[NO_2]_{eq} = 4x10^{-8}$ mol/L
Região T	$[SO_2]_{eq} = 8x10^{-5}$ mol/L

Já a concentração pode ser calculada pela expressão das constantes K_{a1} dos ácidos correspondentes, já que nos ácidos dipróticos, $K_{a1} >> K_{a2}$. Consideraremos que a concentração do H^+ é igual à do ânion A^-. Assim:

➔ Região R

$$4{,}5 \cdot 10^{-7} = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[CO_2]}$$
$$4{,}5 \cdot 10^{-7} = \frac{[H^+]^2}{[CO_2]} \Rightarrow [H^+] = \sqrt{4{,}5 \cdot 10^{-7} \times 2 \cdot 10^{-5}}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ mol/L$$

➔ Região S

Apenas o gás NO_2 apresenta caráter ácido. O NO é neutro.

$$K_{a1} = \frac{[H^+][NO_3^-]}{[NO_2]}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \sqrt{7{,}0 \cdot 10^{-4} \times 4 \cdot 10^{-8}} \approx 5{,}3 \cdot 10^{-6}\ mol/L$$

➔ Região T

$$K_{a1} = \frac{[H^+][HSO_3^-]}{[SO_2]}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \sqrt{1{,}2 \cdot 10^{-2} \times 8 \cdot 10^{-5}} \approx 9{,}8 \cdot 10^{-4}\ mol/L$$

b) A ordem crescente de pH é da região mais ácida para a menos ácida:
Região T < Região S < Região R

c) Pela classificação da química ambiental apresentada no enunciado, todas as regiões seriam classificadas como chuva ácida, uma vez que todas possuem $[H^+] > 2{,}5x10^{-6}$ mol/L

QUESTÃO 03

ASSUNTO: Cinética química

a) Como temos quantidades iguais dos dois reagente A e B, podemos afirmar que NA = NB.

Considerando a temperatura 293°C, podemos obter uma nova pressão total.

$$(P1 /T1) = (P2/T2) = (1/283) = (P2/566) = P2 = 2 \text{ Atm.}$$

Segundo o enunciado a reação e de ordem zero porque a velocidade não depende da pressão de A.
VA = 0,25 , atm. h^{-1}

	2 A	→	3 C	+	4 D	+	E
Ini	2 atm		0		0		0
Var	-2x		+3x		+4x		+X
FIN	(2 – 2 X)		3X		4X		X

Ptot = (2-2x) + 2 + 3x + 4x + x = 4 + 6x

4 + 6x = 8,5 = x = 0,75

Entao a quantidade de A que reagiu foi 2x = 1,5 atm
Assim o tempo necessário é :
T = (1,5 atm/ 0,25 atm . h^{-1}) = 6 h

b)
Pa = 2 – 1,5 = 0,5 atm
Pb = 2 atm
Pc = 3 . 0,75 atm = 2,25 atm
Pd = 4 . 0,75 atm = 3 atm
Pe = 0,75 atm

c)
Mistura de A e de B a 293° C, a pressão de A 298°C é P e como B possuem o mesmo número de mol sua pressão é a mesma. Considerando que A seja totalmente consumido, temos 2x = P.

	2 A	→	3 C	+	4 D	+	E
Ini	X		0		0		0
Var	-x		+3/2x		+2x		+X/2
FIN	0		1,5 X		2X		0,5X

Assim pode podemos obter a pressão total:

CONSIDERE QUE X = P

Ptot = 0 + P + 1,5 P + 2P + 0,5 P = 5P

Então:

5P = 8,5 = P = 1,7 atm.

QUESTÃO 04.

ASSUNTO: Termoquímica

a)

$CH4(g) + 2\,O2\,(g) \longrightarrow CO2\,(g) + \ 2\,H2O\,(l)$

$C2H5OH(l) + 3O2(g) \longrightarrow 2CO2\,(g) + \ 3\,H2O\,(l)$

CH4 ΔHc = (- 55 KJ/ 1g) . (16g/mol) = -880 KJ/mol

C2H5OH ΔHc = (- 30KJ/ 1g) . (46g/mol) = -1380 KJ/mol

1 mol de CH4 ------- 3 mol de H2O

Portanto temos :

PCI_{C2H5OH} = 1380 – 3 X 44 = 1248 KJ/Mol

1mom de CH4 ------2mol de H2O

Portanto temos :

PCI_{CH4} = 8000 – 2 X 44 = 792 KJ/Mol

b) CONSIDERANDO todo PCS OBTIDO ATRAVÉS do CH4, podemos obter:

1kg de CH4 ----- 55 MJ

X --------------- 52 MJ

X = 0,945 Kg de CH4.

ou

X = 94,5 % de CH4

Então pode concluir que amostra do gás natural apresenta 94,5% de CH4

c)

Temos:

Poder calorifico em MJ/Kg

ΔHC = (C2H5OH) = (1380/880) ΔHC (CH4) = 1,57 . ΔHC (CH4)

MM (C2H5OH) = (46/16) MM CH4 = 2,9 MM (CH4)

Através dos cálculos acima podemos observar que devido a massa molar do metano ser baixa, isso inferir para que o valor de seu PCS seja maior do que o do C2H5OH

QUESTÃO 05

Assunto: Equilíbrio de solubilidade

Resolução:
a) Observe a soma de equações e a respectiva multiplicação das constantes:

$NiS(s) \rightleftharpoons Ni^{2+}(aq) + S^{2-}(aq)$ $K_{ps} = 4x10^{-19}$
$S^{2-}(aq) + H^{+}(aq) \rightleftharpoons HS^{-}(aq)$ $1/K_{a1} = 10^{7}$
$HS^{-}(aq) + H^{+}(aq) \rightleftharpoons H_2S(aq)$ $1/K_{a2} = 10^{14}$

$NiS(s) + 2\,H^{+}(aq) \rightleftharpoons Ni^{2+}(aq) + H_2S(aq)$ K = 400

A expressão da constante K é:

$$400 = \frac{[Ni^{2+}][H_2S]}{[H^+]^2}$$

b) O número de mol de sal é:

$$n(NiS) = \frac{18,15}{90,75} = 0,2\,mol$$

Uma vez que o volume é 1L, quando todo o sal for dissolvido, $[Ni^{2+}] = [H_2S] = 0,2$ mol/L. Assim, calcula-se o pH nesta situação:

$$[H^+] = \sqrt{\frac{(0,2)^2}{400}} = 0,01\frac{mol}{L}$$

$$\therefore pH = 2,00$$

Assim, quando o pH for menor do que 2,0, todo o sal será dissolvido:

$$\therefore pH < 2,00$$

c) Quando o pH = 3, e sabendo que $[Ni^{2+}] = [H_2S]$ = solubilidade "s":

$$400 = \frac{[Ni^{2+}][H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{s^2}{[H^+]^2} \Longrightarrow s = 20 \times [H^+]$$

$$s = 20 \cdot 10^{-3} = 0,02\,\frac{mol}{L}$$

Assim, 10% do sal é dissolvido em pH = 3.

QUESTÃO 06.

Assunto: Estequiometria

DADOS:

Formação da proporção do CO é 1/8 em relação ao do CO2

1 Mol de CnH2n -------- (n/9) mol de CO

1 Mol de CnH2n -------- (8n/9) mol de CO2

- ✓ Para 1 mol de CnH2n restam n mol de O2

$$C_nH_{2n} + \frac{22n}{9}\,O_2(g) + \frac{3{,}76\,.\,22\,n}{9}\,N_2\,(g) \longrightarrow \frac{n}{9}CO(g) + \frac{8n}{9}CO_2(g) + \,n\,H_2O(g) + nO_2(g) + \frac{3{,}76\,.\,22n}{9}\,N_2(g)$$

Retirando – H2O

$$NCO = \frac{n}{9}\,mol$$

$$NCO2 = \frac{8n}{9}\,mol$$

$$NO2 = n\,mol$$

$$Ntotal = NCO + NCO + NO2$$

$$Ntotal = \frac{3{,}76\,.\,22n}{9}\,mol$$

Calculando a fração temos:

$$XO2 = \left(\frac{n}{\frac{100{,}72\,n}{9}}\right) mol \cong 9\%$$

$$XCO = \left(\frac{\frac{n}{9}}{\frac{100{,}72\,n}{9}}\right) mol \cong 1\,\%$$

$$XCO2 = \left(\frac{\frac{8n}{9}}{\frac{100{,}72\,n}{9}}\right) mol \cong 8\,\%$$

$$N2 = 100\, -\, (1 + 8 + 9) \approx 82\%$$

B)

Considerando para combustão de 1 mol de CnH2n

Combustão completa.

CnH2n(g) + 3n/2 O2(g) → nCO2(g) + nH2O(g)

O enunciado não é claro, então fazendo uma relação pela quantidade Ar em excesso pela quantidade total de Ar. Podemos obter:

Ar exce: (n/ 1,5 n) = 66,6%

QUESTÃO 07.

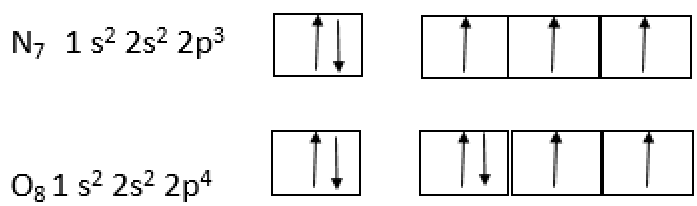
Assunto: Propriedades Periódicas

a) Ânios O^{2-} ao formar ligações iônicas com cátions, liberar muita energia devido sua atração eletrostática ser muita intensa, tonando o ∆H do reticulo do composto cristalino formado muito exotérmico, isso vai possibilitar a formação de um composto iônico mais estável.

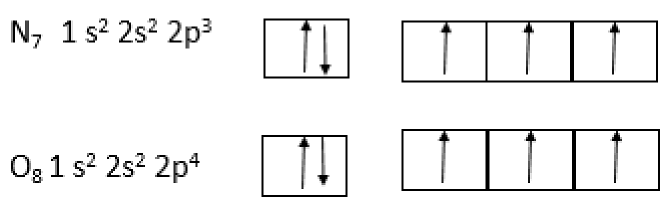
b)

- ✓ 1° E. de Ionização.

Quando o elétron de valência do átomo de oxigênio é removido requer menor quantidade de energia, pois essa remoção e facilitada pela repulsão pois estar emparelhado e será mais facilmente removido, assim pode se afirmar que a primeira energia de ionização do oxigênio e menor do que a do nitrogênio.



Na segunda energia de ionização, os elétrons de valência necessitar de maior energia para ser removido, pois formam orbitais semipreenchidos e com isso tendem a ser mais estável.



c) sabe-se que a energia de ionização de um átomo diminui conforme o átomo aumente o seu tamanho, portanto pode conclui que para elemento da mesma família é esperado quanto maior seu nivel maior será seu raio e consequentemente menor será sua energia de ionização.

Isso pode ser justificado devido um átomo com raio atômico menor seus elétrons estão mais atraído pelo do núcleo. No caso dos elementos citados, embora o gálio pertença ao grupo 3 A, e esteja no terceiro período ele acabar tendo um raio inferior ao do alumínio, essa inversão de raios é devido o gálio apresenta elétrons distribuídos no orbital 3d, pois esses orbitais possuem menor eficiência na blindagem, isso vai possibilitar que ele possua uma elevada carga nuclear efetiva.

QUESTÃO 08

Assunto: Termodinâmica Química

Resolução:

a) As semirreações balanceadas em meio ácido são:

SRR: $2HOCl(aq) + 2e^{-} + 2\ H^{+}(aq) \rightarrow Cl_2(g) + 2\ H_2O(\ell)$ $E^o = 1{,}61V$
SRO: $PbSO_4(s) + 2H_2O(\ell) \rightarrow PbO_2(s) + 2e^{-} + HSO_4^{-}(aq) + 3\ H^{+}(aq)$ $E^o = 1{,}63V$

$PbSO_4(s) + 2HOCl(aq) \rightarrow Cl_2(g) + PbO_2(s) + HSO_4^{-}(aq) + H^{+}(aq)$

$$\Delta E^o = 1{,}61 - 1{,}63 = -0{,}02\ V$$

b) Pela expressão da 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U_r^o = \Delta H_r^o - \Delta n_{gases}RT$$

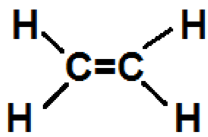
$$\Delta U_r^o = 19900 - 1 \times 8{,}31 \times 298 \approx +17{,}4\ kJ$$

c) Devido à presença de mais gases nos produtos, ocorre perda de energia interna para se realizar trabalho de expansão volumétrica. Assim, o saldo energético (ΔU) é um pouco menor do que o que foi absorvido na forma de calor a pressão constante (ΔH)

QUESTÃO 09.

ASSUNTO: Polímeros

a)



fórmula estrutural
do eteno (etileno)

$$3\ H_2C{=}CH_2 \xrightarrow[\text{cat}]{\Delta} \left[-H_2C{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2- \right]$$

(Polimerização por adição)

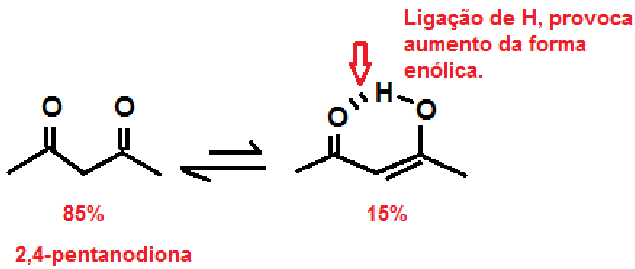
b) As amostras com baixo peso molecular são mais frágeis e as com alto peso molecular apresentam maior resistência mecânica. Portanto o PEAD (polietileno de alta densidade), por possuir um menor número de ramificações e maior peso molecular irá apresentar maior resistência a tração, dureza e resistência a impacto, indicativos para mensurar a maior resistência mecânica.

c) A linearidade das cadeias e consequente maior densidade do PEAD fazem com que a orientação, o alinhamento e o empacotamento das cadeias sejam mais eficientes, as forças intermoleculares (Van Der Waals), passam a agir mais intensamente, e , como consequência, a cristalinidade será maior que no caso do PEBD (polietileno de baixa densidade). Quanto maior a cristalinidade mais opaco será o polímero, portanto PEBD é mais transparente.

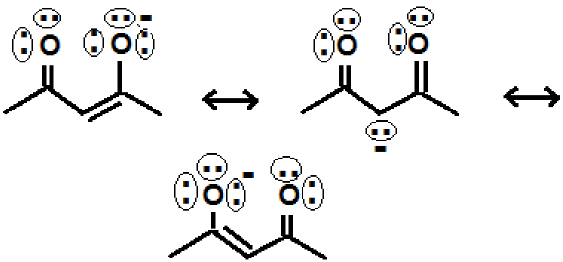
QUESTÃO 10.

ASSUNTO: Estruturas de compostos orgânicos e acidez

a)



b)



c) A acidez de compostos dicarbonílicos que apresentam hidrogênio-alfa é atribuída à estabilização da carga por ressonância, maior deslocalização da carga.